27. $AB + BC = 108$ cm; $AB = \frac{5}{4}BC$; $\mathscr{A} = ?$ [2 880 cm^2]

(*Osserva attentamente la figura 21: è evidente che la somma $AB + BC$ corrisponde a $\frac{5}{4} + \ldots$*)

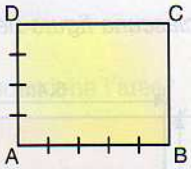

Figura 21

28. $AB - BC = 22$ dm; $AB = \frac{7}{5}BC$; $\mathscr{A} = ?$ [4 235 dm^2]

29. $p = 256$ dm; $AB = \frac{5}{11}BC$; $\mathscr{A} = ?$ [3 520 dm^2]

30. $AB - BC = 2,5$ dam; $p = 25$ dam; $\mathscr{A} = ?$ [37,5 dam^2]

Esercizio svolto

Per calcolare l'area di un rettangolo applichi la seguente formula: $\mathscr{A} = b \times h$.

Questo procedimento può essere indicato anche in forma schematica così:

$$b \xrightarrow{\times h} \mathscr{A}, \quad \text{oppure:} \quad h \xrightarrow{\times b} \mathscr{A}.$$

Da questi schemi, ricordando che l'operazione inversa della moltiplicazione è la divisione, puoi ricavare quelli inversi, così:

$$b \underset{:h}{\overset{\times h}{\rightleftarrows}} \mathscr{A}; \qquad h \underset{:b}{\overset{\times b}{\rightleftarrows}} \mathscr{A}.$$

Questi schemi ti permettono di determinare una delle due dimensioni quando conosci l'area e l'altra dimensione.

31. L'area di un rettangolo è di 120 cm^2 e la base misura 15 cm. Calcola la misura dell'altezza. [8 cm]

32. L'area di un rettangolo è di 46,36 m^2 e l'altezza misura 12,2 m. Calcola la misura della base. [3,8 m]

33. In un rettangolo l'altezza misura 4,5 m e l'area è di 31,5 m^2. Quanto misura la base? [7 m]

34. In un rettangolo l'area è di 131,04 dm^2 e la base misura 10,4 dm. Calcola il perimetro del rettangolo. [46 dm]

35. La base di un rettangolo è il quadruplo dell'altezza, che misura 3,7 cm. Calcola l'area e il perimetro. [54,76 cm^2; 37 cm]

36. L'altezza di un rettangolo è il quintuplo della base che è di 4,5 cm. Calcola l'area e il perimetro. [101,25 cm^2; 54 cm]

37. L'area di un rettangolo è di 252 dm^2 e la base misura 1,8 m. Calcola il perimetro del rettangolo (in m). [6,4 m]

38. Calcola l'area di un rettangolo che ha una dimensione di 15,4 cm e l'altra uguale ai suoi $\frac{3}{2}$. [355,74 cm^2]

39. In un rettangolo una dimensione supera l'altra di 0,4 cm e la loro somma è 8 dm. Calcola l'area. [15,96 cm^2]

40. In un rettangolo l'altezza supera il doppio della base di 7 dm e la loro somma è di 49 dm. Calcola l'area. [490 dm^2]

41. Il perimetro di un rettangolo è di 21,6 dm e l'altezza è il triplo della base. Calcola le dimensioni del rettangolo e l'area. [8,1 dm; 2,7 dm; 21,87 dm^2]

42. Il perimetro di un rettangolo è di 41,6 cm e la base è i $\frac{5}{3}$ dell'altezza. Calcola l'area del rettangolo. [101,4 cm^2]

43. In un rettangolo la base è i $\frac{7}{9}$ dell'altezza e la loro differenza è 3,6 m. Calcola il perimetro e l'area del rettangolo. [57,6 m; 204,12 m^2]

Esercizio svolto

Quale operazione ci consente di determinare la misura del lato di un quadrato conoscendone l'area?

Per calcolare l'area di un quadrato applichi la regola: $\mathscr{A} = \ell \times \ell = \ell^2$.

Rappresentiamo anche questa volta il procedimento con uno schema del tipo di quello già visto a proposito del rettangolo:

$$\ell \xrightarrow{\times \ell} \mathscr{A}.$$

Da questo schema, ricordando che l'operazione inversa dell'elevamento al quadrato è la radice quadrata, si ottiene:

$$\ell \underset{\sqrt{\ }}{\overset{\times \ell}{\rightleftarrows}} \mathscr{A}.$$

Ciò vuol dire che, per determinare il valore del lato, devi estrarre la $\sqrt{\ }$ dell'area (cioè trovare quel numero che, moltiplicato per se stesso, ti dà il valore dell'area).

50. Un quadrato ha l'area di 784 dm^2. Calcola il perimetro. [112 dm]

51. Calcola il perimetro di un quadrato che ha l'area di 1 681 cm^2. [164 cm]

52. Calcola il perimetro di un quadrato avente l'area di 10, 24 m^2. [12, 8 m]

53. Calcola il perimetro del quadrato che ha l'area di 158, 76 m^2. [50, 4 m]

54. L'area di un quadrato è di 4,1209 dam^2. Calcola la misura del perimetro. [8,12 dam]

55. Calcola la misura del lato di un quadrato equivalente a un rettangolo avente le dimensioni di 13 m e 52 m. [26 m]

56. Il perimetro di un quadrato è di 28 cm. Calcola il perimetro di un rettangolo, equivalente al quadrato, la cui base è di 9, 8 cm. [29, 6 cm]

57. La base di un rettangolo è di 36 cm ed è i $\frac{6}{5}$ dell'altezza. Calcola il perimetro di un quadrato equivalente ai $\frac{5}{6}$ del rettangolo. [120 cm]

58. Un rettangolo e un quadrato sono isoperimetrici. Il lato del quadrato è di 45 cm e il rapporto fra la base e l'altezza del rettangolo è $\frac{2}{7}$. Calcola l'area del rettangolo in dm^2. [14 dm^2]

59. Un quadrato e un rettangolo sono isoperimetrici. Sapendo che la base del rettangolo supera l'altezza di 8 m, e che l'area del quadrato è di 576 m^2, calcola l'area del rettangolo. [560 m^2]

Esercizio svolto

Come calcolare la misura delle dimensioni di un rettangolo, conoscendo il loro rapporto e l'area?

Il rettangolo ABCD ha l'area di 294 cm^2 e una dimensione è $\frac{2}{3}$ dell'altra.

Disegniamo il rettangolo con le dimensioni formate, rispettivamente, da 2 parti e 3 parti $\left(\text{il rapporto è infatti } \frac{2}{3}\right)$ e poi, tracciando le parallele ai lati, osserviamo che il rettangolo viene suddiviso in 6 (cioè 2×3) quadratini congruenti (fig. 25).

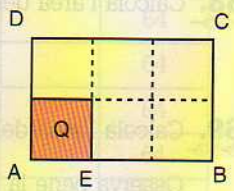

Figura 25

L'area del quadratino Q è data dall'operazione: $\mathscr{A}_Q = 294 : 6 = 49\ cm^2$.

Ricaviamo ora la misura di AE, cioè del lato di Q: $AE = \sqrt{49} = 7$ cm.

Quindi: $AB = AE \times 3 = 7 \times 3 = 21$ cm; $BC = AE \times 2 = 7 \times 2 = 14$ cm.

81. Completa i seguenti schemi che rappresentano le formule dirette e inverse relative all'area del parallelogrammo. (Rifletti: gli schemi sono uguali a quelli relativi al rettangolo!)

$$b \underset{:\ \ldots}{\overset{\times h}{\rightleftarrows}} \mathscr{A} \qquad\qquad h \underset{:\ \ldots}{\overset{\times \ldots}{\rightleftarrows}} \mathscr{A}$$

82. In ciascuno dei seguenti parallelogrammi, calcola l'elemento incognito.

a) $\mathscr{A} = 672\ \text{cm}^2$; $h = 12$ cm; $b = \ldots\ldots$

b) $\mathscr{A} = 3\,060\ \text{dm}^2$; $b = 85$ dm; $h = \ldots\ldots$

c) $\mathscr{A} = 100{,}64\ \text{dm}^2$; $b = 14{,}8$ dm; $h = \ldots\ldots$

d) $\mathscr{A} = 253{,}7\ \text{cm}^2$; $h = 29{,}5$ cm; $b = \ldots\ldots$

Calcola l'elemento incognito in ciascuno dei seguenti parallelogrammi (i segmenti DH e DK sono le altezze relative ai lati).

83. (fig. 35).

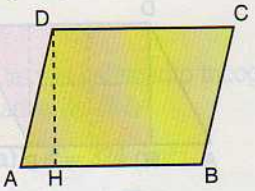

Figura 35

$AB = 48$ cm; $DH = \frac{3}{4}AB$; $\mathscr{A} = ?$

[1 728 cm²]

84. (fig. 36).

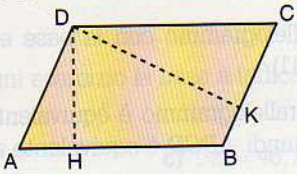

Figura 36

$AB = 27$ cm; $BC = 20$ cm; $DH = 16$ cm; $DK = ?$

[21,6 cm]

85. (fig. 37).

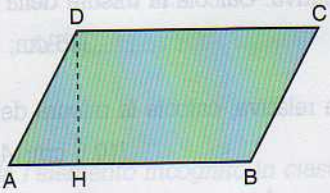

Figura 37

$p = 104$ dm; $AB = \frac{8}{5}CB$; $DH = \frac{4}{5}CB$; $\mathscr{A} = ?$

[512 dm²]

86. (fig. 38).

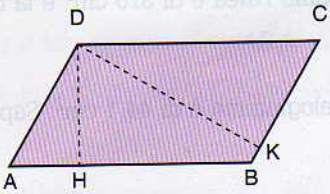

Figura 38

$AB = 4{,}2$ m; $DH = \frac{1}{2}AB$; $DK = \frac{5}{6}AB$; $BC = ?$

[2,52 m]

87. (fig. 39).

$\mathscr{A} = 10{,}08\ \text{cm}^2$; $AH = 1{,}8$ cm; $AK = 4{,}2$ cm; $p = ?$

[16 cm]

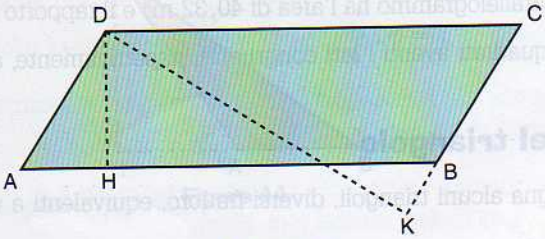

Figura 39

88. (fig. 40).

$\mathscr{A} = 93{,}75\ \text{dm}^2$; $DH = 7{,}5$ dm; $DK = \frac{5}{6}DH$; $p = ?$

[55 dm]

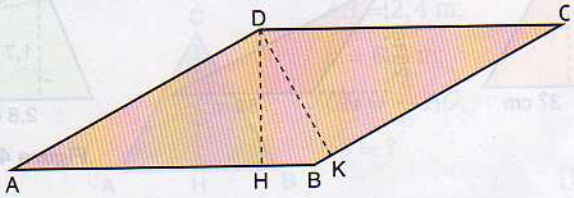

Figura 40

89. In un parallelogrammo i lati consecutivi sono uno doppio dell'altro. Sapendo che l'altezza relativa al lato maggiore è di 5 cm, sai dire quanto misura l'altezza relativa al lato minore?
Giustifica la tua risposta. [10 cm]

90. In un parallelogrammo la base misura 42 cm e l'altezza ad essa relativa 18 cm.
Considera l'area costante; scrivi quali valori deve assumere la base se l'altezza diventa:

a) la metà; **c)** il doppio;

b) la terza parte; **d)** i $\frac{2}{3}$. [84 cm; 126 cm; 21 cm; 63 cm]

Esercizio guidato

Come calcolare le misure della base e dell'altezza di un parallelogrammo conoscendo il loro rapporto e l'area?

Il parallelogrammo ABCD ha l'area di 216 cm² *e la base è i* $\frac{3}{2}$ *dell'altezza.*

Disegniamo il parallelogrammo con la base e l'altezza formate rispettivamente da 3 parti e 2 parti (fig. 41).

Sappiamo che il parallelogrammo è equivalente a un rettangolo con la stessa base e la stessa altezza. Quindi *ABCD* è equivalente a *DHKC*.

Ma *DHKC* risulta suddiviso in 6 quadrati congruenti (3 × 2), come hai già osservato in un analogo esercizio relativo al rettangolo.

Continua tu e determina le misure di *AB* e *DH*.

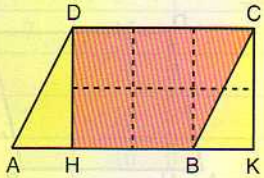

Figura 41

91. In un parallelogrammo l'area è di 375 cm² e la base è i $\frac{5}{3}$ dell'altezza ad essa relativa. Calcola la misura della base e dell'altezza. [25 cm; 15 cm]

92. L'area di un parallelogrammo è di 44,1 cm². Sapendo che la base è $\frac{5}{2}$ dell'altezza relativa, calcola la misura delle due dimensioni. [10,5 cm; 4,2 cm]

93. Un parallelogrammo ha l'area di 225 m² e il rapporto fra la base e l'altezza relativa è di $\frac{4}{9}$. Calcola l'area di due quadrati che hanno le diagonali rispettivamente congruenti alla base e all'altezza del parallelogrammo. [50 m²; 253,125 m²]

94. Un parallelogrammo ha l'area di 40,32 m² e il rapporto fra la base e l'altezza ad essa relativa è $\frac{4}{7}$. Calcola il perimetro di due quadrati aventi i lati congruenti, rispettivamente, alla base e all'altezza del parallelogrammo. [19,2 m; 33,6 m]

Area del triangolo

95. Disegna alcuni triangoli, diversi fra loro, equivalenti a un triangolo *ABC* avente la base di 4 cm e l'altezza di 2 cm.

96. Calcola l'area dei triangoli tenendo conto delle misure indicate (fig. 42 *a, b, c, d, e*).

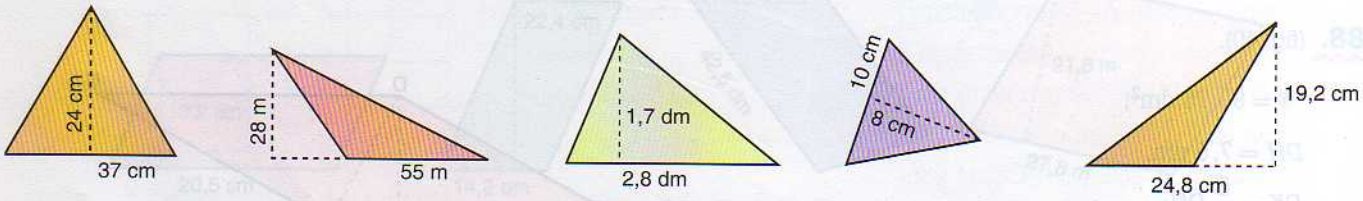

Figura 42a, b, c, d, e

$\mathscr{A}$ = ...; $\mathscr{A}$ = ...; $\mathscr{A}$ = ...; $\mathscr{A}$ = ...; $\mathscr{A}$ = ...;

102. Dato il triangolo rettangolo *ABC* (fig. 47), completa la tabella e verifica che l'area è uguale nei tre casi.

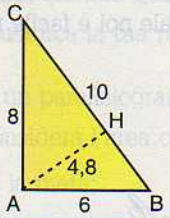

Figura 47

Base	Altezza relativa alla base	Area
AB		$\frac{AB \times ...}{2} = \frac{6 \times ...}{2} = ...$
AC		
BC		

103. Calcola l'area di un triangolo rettangolo avente i cateti di 5 cm e 12 cm. [30 cm^2]

104. In un triangolo rettangolo la somma dei cateti è di 51 cm e uno è i $\frac{5}{12}$ dell'altro. Calcola l'area. [270 cm^2]

Esercizio svolto

Hai imparato che la formula per calcolare l'area del triangolo è $\mathscr{A} = \frac{b \times h}{2}$.

Riferendoti al triangolo rettangolo della figura 48, la formula diventa: $\mathscr{A} = \frac{i \times h}{2}$

(i = ipotenusa; h = altezza relativa all'ipotenusa).

Ma l'area del triangolo rettangolo si può anche calcolare con la formula:

$$\mathscr{A} = \frac{C \times c}{2} \quad (C = \text{cateto maggiore; } c = \text{cateto minore}).$$

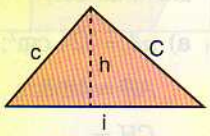

Figura 48

Quindi:

$$\frac{C \times c}{2} = \frac{i \times h}{2}.$$

Da questa uguaglianza si ricava la formula che ti permette di calcolare la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa, conoscendo le misure dei tre lati del triangolo, cioè $h = \frac{C \times c}{i}$.

Applica il procedimento indicato nell'esercizio svolto per risolvere gli esercizi che seguono.

105. In un triangolo rettangolo i cateti misurano rispettivamente 24 cm e 32 cm. Sapendo che l'ipotenusa è di 40 cm, calcola la lunghezza della relativa altezza. [19,2 cm]

106. I lati di un triangolo rettangolo misurano 75 cm, 40 cm, 85 cm.
Calcola: **a)** l'area; **b)** la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [1 500 cm^2; $\simeq$ 35,3 cm]

107. In un triangolo rettangolo l'ipotenusa e l'altezza relativa sono di 35 dm e 16,8 dm. Calcola la misura del cateto maggiore sapendo che il cateto minore è di 21 dm. [28 dm]

108. In un triangolo rettangolo la somma dei cateti è di 63 cm e la loro differenza di 9 cm. Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa che è di 45 cm. [21,6 cm]

109. La somma dei cateti di un triangolo rettangolo è di 84 dm e uno è i $\frac{3}{4}$ dell'altro.
Calcola:
a) la misura dell'ipotenusa che è $\frac{5}{4}$ del cateto maggiore; **b)** il perimetro del triangolo;
c) l'altezza relativa all'ipotenusa. [60 dm; 144 dm; 28,8 dm]

110. In un triangolo rettangolo l'area è di 8,64 cm^2, il cateto minore è di 3,6 cm e l'ipotenusa è i $\frac{5}{3}$ del cateto minore. Calcola:
a) la misura del cateto maggiore; **b)** il perimetro del triangolo;
c) la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [4,8 cm; 14,4 cm; 2,88 cm]

111. L'area di un triangolo rettangolo è 294 cm^2 e un cateto è $\frac{3}{4}$ dell'altro (fig. 49).
Calcola la misura dei due cateti.
(*Osserva il disegno e applica lo stesso procedimento illustrato precedentemente*). [21 cm; 28 cm]

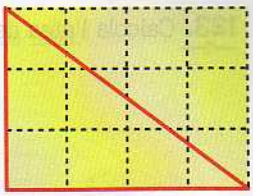

Figura 49

112. Considera un gruppo di triangoli equivalenti aventi l'area di 24 cm^2. Completa la tabella.

$\mathscr{A}$ (cm^2)	24	24	24	24	24	24	24
b (cm)		16		8		4	
h (cm)	2		4		8		16

113. In un triangolo la base misura 36 cm e l'altezza ad essa relativa 24 cm.
Considera l'area costante; scrivi quali valori deve assumere la base se l'altezza diventa:
a) la metà; **b)** il doppio; **c)** il triplo; **d)** i $\frac{3}{4}$. [72 cm; 18 cm; 12 cm; 48 cm]

114. I lati di un triangolo misurano rispettivamente 13 cm, 14 cm, 15 cm. Calcola l'area del triangolo. [84 cm^2]

115. I lati di un triangolo misurano, rispettivamente, 25 dm, 60 dm e 65 dm. Calcola l'area del triangolo. [750 dm^2]

116. Calcola l'area di un triangolo in cui il primo lato è di 2,6 m, il secondo supera il primo di 0,2 m e il terzo supera il secondo lato di 0,2 m. [3,36 m^2]

117. In un triangolo con il perimetro di 90 cm, il primo lato, di 36 cm, supera il doppio del secondo di 6 cm. Calcola l'area del triangolo. [270 cm^2]

118. In un triangolo un lato misura 10 cm, il secondo supera di 4 cm il doppio del primo e il perimetro è di 60 cm. Calcola l'area del triangolo. [120 cm^2]

119. In un triangolo il perimetro è di 45 dm, il primo lato è $\frac{1}{6}$ del perimetro e corrisponde a $\frac{5}{12}$ del secondo lato. Calcola l'area. [67,5 dm^2]

120. Calcola l'area di un triangolo isoscele sapendo che il perimetro è di 8 m e che la base è di 30 dm.
Indica il risultato in m^2. [3 m^2]

Area del rombo.
Area di un quadrilatero con le diagonali perpendicolari

121. Disegna un rombo con le diagonali di 4 cm e 3 cm e un rettangolo con le dimensioni di 4 cm e 3 cm.
Qual è l'area del rombo? ..... E quella del rettangolo? .....
Completa: $\mathscr{A}_{rombo}$ = ...$\mathscr{A}_{rettangolo}$.

122. Calcola l'area dei seguenti rombi di cui sono date le diagonali.

a) $d_1 = 18$ m; $d_2 = 26$ m; $\mathscr{A}$ = ...

b) $d_1 = 42$ dm; $d_2 = 48$ dm; $\mathscr{A}$ = ...

c) $d_1 = 7{,}2$ cm; $d_2 = 4{,}8$ cm; $\mathscr{A}$ = ...

d) $d_1 = 10{,}8$ dm; $d_2 = 7{,}5$ dm; $\mathscr{A}$ = ...

144. Completa gli schemi:

$$b_1 \underset{-\ \dots}{\overset{+b_2}{\rightleftarrows}} \underset{:\ \dots}{\overset{\times h}{\rightleftarrows}} \underset{\times \dots}{\overset{:2}{\rightleftarrows}} \mathscr{A} \qquad b_2 \underset{-\ \dots}{\overset{+b_1}{\rightleftarrows}} \underset{:\ \dots}{\overset{\times h}{\rightleftarrows}} \underset{\times \dots}{\overset{:2}{\rightleftarrows}} \mathscr{A} \qquad h \underset{:\ (\dots\dots)}{\overset{\times(b_1+b_2)}{\rightleftarrows}} \underset{\times\ \dots\dots}{\overset{:2}{\rightleftarrows}} \mathscr{A}$$

A cosa si riferiscono? .....

145. Calcola l'area dei trapezi (fig. 53 *a, b, c, d*) tenendo conto delle misure indicate.

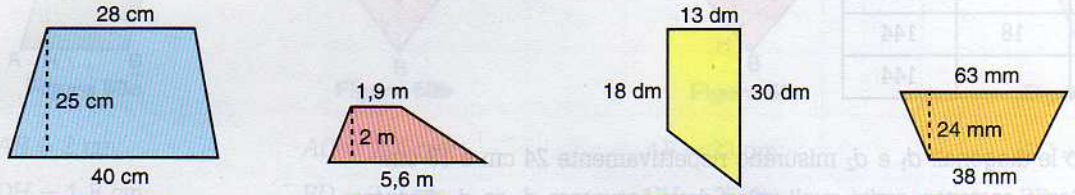

Figura 53a — $\mathscr{A} =$ .....

Figura 53b — $\mathscr{A} =$ .....

Figura 53c — $\mathscr{A} =$ .....

Figura 53d — $\mathscr{A} =$ .....

146. Calcola l'elemento incognito in ciascuno dei seguenti trapezi.

a) $\mathscr{A} = 310\ dm^2$; $b_1 = 44\ dm$; $b_2 = 18\ dm$; $h =$ .....

b) $\mathscr{A} = 57{,}12\ cm^2$; $b_1 = 18{,}6\ cm$; $b_2 = 15\ cm$; $h =$ .....

c) $\mathscr{A} = 816\ cm^2$; $h = 24\ cm$; $b_1 = 56\ cm$; $b_2 =$ .....

d) $\mathscr{A} = 441{,}75\ m^2$; $h = 15{,}5\ m$; $b_2 = 20{,}6\ m$; $b_1 =$ .....

Calcola gli elementi incogniti in ciascuno dei seguenti esercizi.

147. (fig. 54)

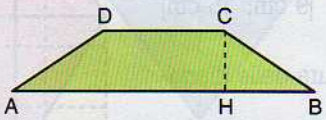

Figura 54

$AB = 78\ cm$; $DC = 30\ cm$; $CH = \frac{1}{3}DC$; $p = 160\ cm$; $\mathscr{A} = ?$ $AD = BC = ?$

[540 cm²; 26 cm]

148. (fig. 55)

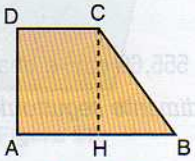

Figura 55

$p = 45\ m$; $AB = 2DC$; $AD = \frac{4}{3}DC$; $BC = \frac{5}{3}DC$; $\mathscr{A} = ?$

[112,5 m²]

149. (fig. 56)

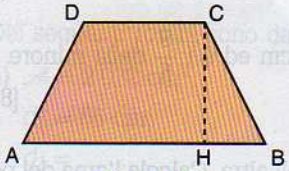

Figura 56

$p = 56\ cm$; $\mathscr{A} = 144\ cm^2$; $AD = BC = 10\ cm$; $CH = ?$

[8 cm]

150. (fig. 57)

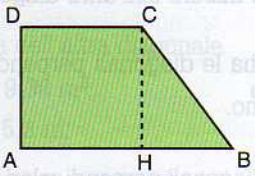

Figura 57

$AD = DC$; $HB = \frac{3}{4}AD$; $\mathscr{A}_{AHCD} = 256\ cm^2$; $\mathscr{A}_{ABCD} = ?$

[352 cm²]

151. Un trapezio ha l'area di 2 496 m², l'altezza di 24 m e la base minore di 72 m. Calcola la misura della base maggiore. [136 m]

152. L'area di un trapezio è di 560 m² e l'altezza è di 16 m. Calcola la misura di ciascuna base, sapendo che una supera l'altra di 11 m. [40,5 m; 29,5 m]

153. Un trapezio ha l'area di 750 cm² e l'altezza di 25 cm. Sapendo che il rapporto fra le basi è $\frac{1}{3}$, calcola l'area di ciascuno dei triangoli in cui il trapezio viene diviso dalla diagonale minore. [562,5 cm²; 187,5 cm²]

154. Un trapezio isoscele è formato da un quadrato e da due triangoli rettangoli isosceli. Calcola l'area del trapezio sapendo che la base minore è di 14 cm. [392 cm²]