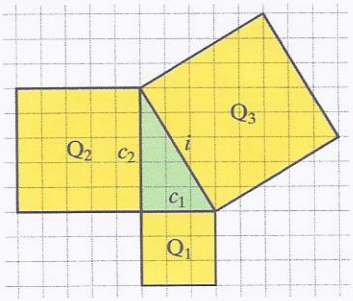
2 LEZIONE Le formule del teorema di Pitagora



Area Q_1 + Area Q_2 = Area Q_3

Ricordando le formule dell'area del quadrato, possiamo anche scrivere in linguaggio simbolico:

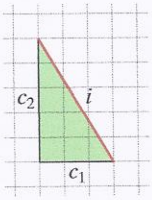
$$c_1^2 + c_2^2 = i^2$$

dalla quale possiamo ricavare:

$$c_1^2 = i^2 - c_2^2$$

$$c_2^2 = i^2 - c_1^2$$

Vediamo ora come possono essere sfruttate queste relazioni per risolvere problemi.

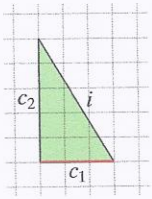


Supponiamo di conoscere le lunghezze dei due cateti, che indichiamo un c_1 e c_2, di un triangolo rettangolo e di voler trovare la lunghezza dell'ipotenusa, che chiamiamo i. Riprendiamo la relazione precedente:

$$i^2 = c_1^2 + c_2^2$$

L'uguaglianza resterà valida se estraiamo la radice quadrata di entrambi i membri:

$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

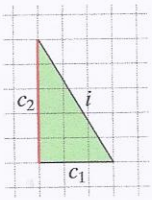


Se invece conosciamo le lunghezze di un cateto e dell'ipotenusa, per trovare la lunghezza dell'altro cateto possiamo riprendere la relazione:

$$c_1^2 = i^2 - c_2^2$$

per passare poi all'uguaglianza delle radici quadrate:

$$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$$



Analogamente:

$$c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$

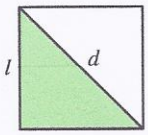
Riassumiamo le formule trovate.
Se indichiamo con i, c_1 e c_2 le lunghezze dell'ipotenusa e dei cateti di un triangolo rettangolo, si ha:

$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2} \qquad c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2} \qquad c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$

5 LEZIONE Alcuni casi particolari

IL QUADRATO

Indichiamo con l la lunghezza del lato e con d quella della diagonale di un quadrato. Consideriamo il triangolo rettangolo colorato, nel quale d rappresenta la lunghezza dell'ipotenusa ed l quella dei due cateti congruenti. Come sappiamo: $d^2 = l^2 + l^2$.



$d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} =$ *[per la proprietà: la radice di un prodotto è uguale al prodotto delle radici]*

$= \sqrt{2 \cdot l^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{l^2} = \sqrt{2} \cdot l = l \cdot \sqrt{2}$ *[quest'ultima scrittura ha lo stesso significato di quella immediatamente prima dell'uguale, ma evita di fare confusione]*

→ La lunghezza della diagonale del quadrato si può ottenere moltiplicando la lunghezza del lato per la radice quadrata di 2.

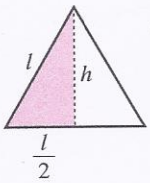
$$d = l \cdot \sqrt{2}$$

Poiché: $l \xrightarrow{\cdot\sqrt{2}} d$ è il **percorso diretto** per determinare la lunghezza della diagonale conoscendo la lunghezza del lato

$l \xleftarrow[:\sqrt{2}]{} d$ è il **percorso inverso** per determinare la lunghezza del lato conoscendo la lunghezza della diagonale.

Quindi: $l = \dfrac{d}{\sqrt{2}}$

IL TRIANGOLO EQUILATERO



Indichiamo con l il lato e con h l'altezza di un triangolo equilatero. Applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo colorato. Le lunghezze dei cateti sono h ed $\frac{l}{2}$ e la lunghezza dell'ipotenusa è l.

$h^2 = l^2 - \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 \qquad h = \sqrt{l^2 - \dfrac{l^2}{4}} =$ *[riduciamo allo stesso denominatore le due quantità sotto radice]*

$$= \sqrt{\frac{4\ l^2 - l^2}{4}} = \sqrt{\frac{3\ l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}\ \sqrt{l^2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}l}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

→ In un triangolo equilatero l'altezza si può ottenere moltiplicando la metà del lato per la radice quadrata di 3.

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Poiché: $l \xrightarrow{:2} \dfrac{l}{2} \xrightarrow{\sqrt{3}} h$ è il **percorso diretto** per determinare la lunghezza dell'altezza conoscendo la lunghezza del lato,

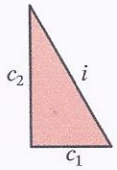
$l \xleftarrow[\cdot 2]{} \dfrac{l}{2} \xleftarrow[:\sqrt{3}]{} h$ è il **percorso inverso** per determinare la lunghezza del lato conoscendo la lunghezza dell'altezza.

Quindi: $l = \dfrac{2h}{\sqrt{3}}$

Riassumiamo quello che abbiamo studiato...

IL TEOREMA DI PITAGORA

Relazione tra i lati di un triangolo rettangolo



$i^2 = c_1^2 + c_2^2$

$i = \sqrt{\dots_1^2 + \dots_2^2}$

$c_1 = \sqrt{i^2 - \dots_2^2}$

$c_2 = \sqrt{\dots^2 - c_2^2}$

Utilizzo

Le terne pitagoriche

Tre numeri formano una terna pitagorica se il quadrato del maggiore è uguale alla somma dei ..... degli altri due.

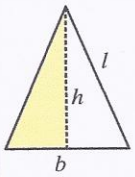
$c^2 = a^2 + b^2$

a, b, c formano una .....

Applicazioni

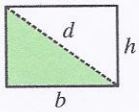
Casi particolari

TRIANGOLO ISOSCELE



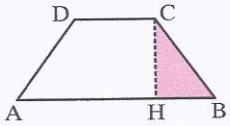
$l = \sqrt{\left(\frac{b^2}{2}\right) + h^2}$

RETTANGOLO



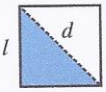
$d = \sqrt{b^2 + h^2}$

TRAPEZIO



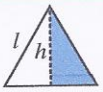
$\overline{CB} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$

QUADRATO



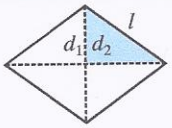
$d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = \sqrt{2} \cdot l$

TRIANGOLO EQUILATERO



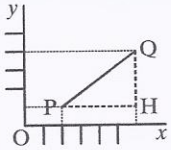
$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} l^2} = \frac{\sqrt{3} \cdot l}{2}$

ROMBO



$l = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$

RIFERIMENTO CARTESIANO



$\overline{PQ} = \sqrt{\dots^2 + \overline{QH}^2}$